

1. 設有兩個大小相同的圓盤，於其上各分成 $2n$ 等分。將每一圓盤上任意 n 個格子塗上白色，其餘 n 個格子塗上黑色。將兩個盤子相疊，使得上下格子對齊。
- 試證必有一種疊法使得上下顏色相同的個數 $\geq n$ 。 10%
 - 如果底盤是黑白相間，又如何安排上盤使得上下顏色相同的個數 $\geq n$ 。 5%
2. 設有一 C 函數如下：
- ```
void magic(int A[], int l, int r)
{ int i, m, t;
 if (r-l>=1)
 { m=(l+r)/2;
 magic(A, l, m);
 magic(A, m+1, r);
 for (i=l; i<=m; i++)
 { t = A[i];
 A[i] = A[r+1-i];
 A[r+1-i] = t;
 }
 }
}
```
- 設  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 。呼叫函數  $\text{magic}(A, 0, 6)$  之後， $A$  之值為何？試將每個  $\text{magic}$  執行前及執行後的內容列出。 10%
  - 設  $A$  含有  $n$  個數，共會呼叫函數  $\text{magic}$  幾次？試以  $\theta(f(n))$  表之。 5%
  - 設  $A$  含有  $n$  個數，執行函數  $\text{magic}(A, 0, n-1)$  的 time bound 為何？試以  $O(f(n))$  表之。 10%
3. 任給一圖 (graph)  $G = (V, E)$ ，其中  $V$  為有限頂點 (vertices) 集合， $E$  為連接不同頂點的邊 (edges) 的集合。
- 試以一資料結構來表示一圖。 5%
  - 試以一演算法 (以 pseudocode 表之即可) 來決定一圖為 tree 或 forest 或以上皆非。 10%
4. 設  $T(n)$  表示所有  $n$  個頂點不同的 binary tree 的個數。
- 試以遞迴方式來表示  $T(n)$ 。 5%
  - 試以 generating function  $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} T(n)x^n$  來求  $T(n)$ 。  
(提示:  $f(x) = x(f(x))^2 + 1$ ) 15%
5. 為何 C 程式語言稱為可攜性 (portable) 高的程式語言？它又是如何辦到的？ 10%
6. 設平行傳送 8 個 bits 的資料，其中含有一個 parity bit。又傳送中任意一個 bit 會發生錯誤的機率是  $10^{-12}$  且彼此間互不影響。
- 試說明 parity bit 的功能。 5%
  - parity bit 失效的情況是什麼？機率是多少？ 10%