

- 注意：1. 請在答案卷左上角寫上考生身份資料。
 2. 本試題卷共分十題。
 3. 作答時請標明題號，並依序作答於試卷之五小頁上。
 4. 禁止使用計算器。

1. 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \ln \left(1 + x \sin \frac{1}{x} \right)$. (8分)
2. 求 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\int_x^1 \sqrt{t-1} \cos t \, dt}{(x-1)^2}$. (9分)
3. 設可微分函數 f 滿足 $f(\tan x) = x, \forall x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$, 求 $f'(1)$. (9分)
4. 令函數 $g(x) = \frac{8x}{(x+2)^2} : \mathbb{R} \setminus \{-2\} \rightarrow \mathbb{R}$, 求 g 的臨界點, g 在何處為遞增? 何處為遞減? 並問 g 的反曲點, g 在何處為凹向上? 何處為凹向下? 繪出 g 之圖形. (15分)
5. 設 $h(x) = x^5 + 2x^3 + x, x \in \mathbb{R}$, 求其反函數之圖形在點 $(4, 1)$ 之切線方程式. (9分)
6. 證明: $\forall x > 0, \ln \left(\frac{1}{2}x^2 + x + 1 \right) < x$. (10分)
7. 令 R 是由 $y = x^2, y = 0$ 與 $x = 2$ 所圍成之平面區域, 求 R 繞直線 $x = -1$ 週轉一圈所得之立體體積. (10分)
8. 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k}{n^2 + 2nk}$. (10分)
9. 求 $\int_0^1 x^3 e^{x^2} dx$. (10分)
10. 求 $\int \frac{\sqrt{x-1}}{x+3} dx$. (10分)